Анализ вариационных задач в зависимости от типа уравнений показывает, что задача Лагранжа является наиболее общей. Другие задачи либо представляют собой частные случаи задачи Лагранжа, либо сводятся к ней. К обобщенной задаче Лагранжа сводятся почти все частные задачи вариационного исчисления. Так, при зависимости функционала от высших производных задача также решается методом Лагранжа. Действительно, если имеется функционал

http://informaticslib.ru/books/item/f00/s00/z0000031/pic/000944.gif

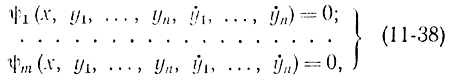
и введена новая функция ẏ=*z*, ÿ=ż, то решение сведется к отысканию экстремума функционала

http://informaticslib.ru/books/item/f00/s00/z0000031/pic/000945.gif

при условии

ẏ-z=0 (11-37)

Задача Майера формулируется следующим образом. На промежутке [*a,b*] задана система *m* дифференциальных или алгебраических уравнений с *n* неизвестными функциями *yj(х)*:



причем *n<m*. Если *n=m*, то уравнения (11-38) с граничными условиями полностью определяют функции *yj(х)* и никакой вариационной задачи нет. При *n>m* имеется свобода варьирования и можно ставить задачу об отыскании *n-m* функций *yj(x)*, которые на одном из концов интервала [*a, b*] достигали бы экстремального значения. Примером может служить задача о разгоне двигателя, который должен достичь в момент *Т* максимальной скорости вращения *ωТ*.

Задачу Майера легко преобразовать к задаче Лагранжа, если ввести *n=m* новых переменных

*uj=ẏ j* (11-39)

Тогда она будет заключаться в нахождении экстремума функционала

http://informaticslib.ru/books/item/f00/s00/z0000031/pic/000947.gif

при ограничивающих условиях (11-38). Так, в задаче с двигателем этот функционал запишется как

http://informaticslib.ru/books/item/f00/s00/z0000031/pic/000948.gif

Можно и наоборот задачу Лагранжа свести к задаче Майера, поэтому правомерно считать их эквивалентными.

Так же существует Задача Больца, о которой расскажут в дальнейшем.

Можно сказать, что все три задачи обладают одинаковой степенью общности.

Задача Майера и задача Больца интересна с той точки зрения, что формально в ней ищется функция, доставляющая экстремум функции, а не функционалу, заданному в виде интеграла, и тем самым как бы перекидывается мост между методами отыскания экстремума функционала и функции.